情報学専攻入学者選抜試験

情報科学基礎

問題冊子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

2. 問題冊子は、表紙を含めて全部で 9 ページあります。試験開始後に問題冊子のページ数を確認して、落丁又は印刷が不鮮明な場合は直ちに申し出てください。

3. 解答は解答用紙に記入してください。問題冊子に記入しても採点されません。

4. 問題冊子、解答冊子は切り離さずにすべて提出してください。

数学 CS

以下の問いに答えよ。導出過程も書くこと。

（問１）

$\mathbb{R}^2 = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \middle| x, y \in \mathbb{R} \right\}$ について、写像 $\mathrm{f}: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ を

$$\mathrm{f}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

とする。ここで、$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} \in \mathbb{R}$である。また、

$$\mathrm{f}\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix},\ \mathrm{f}\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

とする。

（1）　$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ の値を求めよ。

（2）　$\mathrm{f}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right) = \lambda \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, x \neq 0, y \neq 0$ を満たす λ を全て求めよ。

（問２）

関数 $\mathrm{f(x)} = \frac{1}{1-2x}$について、次の問いに答えよ。

（1）　f(x)の導関数 $\mathrm{f'(x)}$と第 2 次導関数 $\mathrm{f''(x)}$ をそれぞれ求めよ。

（2）　f(x) をマクローリン展開したときの、 x の次数が 3 次以下の項を求めよ。

アルゴリズムとデータ構造

（問１）

グラフ探索に関して以下の問いに答えよ。

図１に示すような経路が与えられている時、Start（状態番号 0）から Goal（状態番号 8）に至る経路を効率よく探索する方法について考える。なお、それぞれの経路の移動には図中に示されているコストがかかるものとする。

グラフ探索では通常これから探索すべき経路上の状態を Open List (OL)に保持する。一方、すでに探索した状態を Closed List (CL)に保持し、一度探索した状態を繰り返し探索することを防ぐ。また、遷移元の親の状態（BP）を保持し、Goal にたどり着いた時にバックトラックによってそのパス (状態間の遷移) の情報を得る。

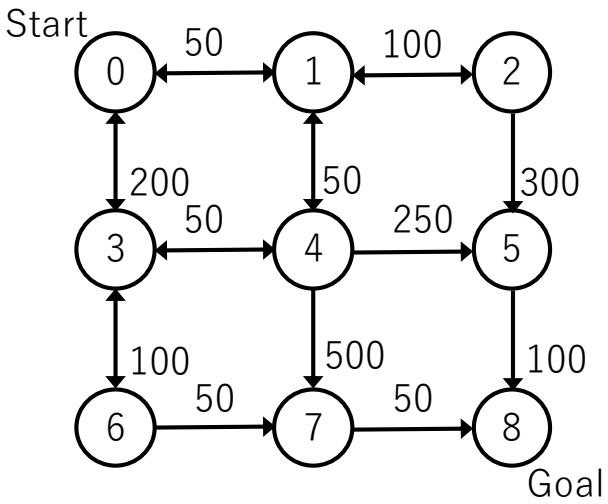


図１ 移動にコストのかかる経路の探索

（１） コストを考慮しない縦型探索を行った場合の OL と CL の変化を以下に示す。以下の①、②、③、④における OL, CL の内容を記せ。ただし、リスト内の数字はそれぞれ状態番号を表す。

(初期化) OL={0}, CL={}

Step1: OL={1, 3} CL={0}

Step2: ①OL= [　　] CL={1, 0}

Step3: OL={5, 4, 3} ②CL= [　　]

Step4: ③OL= [　　] ④CL= [　　]

Step5: OL の先頭が終端状態なのでゴールに到達と判定

（２） 同様にコストを考慮しない横型探索の場合の OL と CL の変化を以下に示す。以下の①、②、③、④における OL，CL の内容を記せ。

(初期化) OL={0}, CL={}

Step1: OL={1, 3} CL={0}

Step2: ①OL= CL={1,0}

Step3: OL={2, 4, 6} ②CL=

Step4: OL={4, 6, 5} CL={2, 3, 1, 0}

Step5: OL={6, 5, 7} CL={4, 2, 3, 1, 0}

Step6: ③OL= CL=

Step7: ④OL= CL=

Step8: OL={8} CL={7, 5, 6, 4, 2, 3, 1, 0}

Step9: OL の先頭が終端状態なのでゴールに到達と判定

（３） 次の文に当てはまる適切な言葉を記せ。

上記のグラフ探索において、（ ① ）では OL の末尾に、（ ② ）では OL の先頭に展開後の状態が追加され、次のステップではリストの先頭から順次取り出しが行われている。このような処理を実現する際に用いられるデータ構造を、前者は（ ③ ）、 後者については（ ④ ）と呼ぶ。

（4） （１）、（２）の例ではコストを考慮していなかったため、求まったパスは累積コスト最小のパスではなかった。累積コスト最小のパスを探索するため、「縦型探索において OL 中の要素を累積コストの小さいものから順にソートした上でリストの先頭から展開する、“均一コスト最良優先探索”」の適用を考える。なお、累積コストが同じ値の場合は状態番号が小さい方をリストの先頭に置くこととする。ここでは状態 s における累積コスト $f(s)$ を $(s, f(s))$ として表している。

以下の①、②、③、④における OL, CL の内容を記せ。

(初期化) OL={(0,0)}, CL={}

Step1: OL={(1,50), (3,200)} CL={0}

Step2: OL={(4,100), (2,150), (3,200)} CL={1, 0}

Step3: ①OL= CL={4, 1, 0}

Step4: ②OL= CL=

Step5: OL={(6,250), (5,350), (7,600)} CL={3, 2, 4, 1, 0}

Step6: OL={(7,300), (5,350), (7,600)} CL={6, 3, 2, 4, 1, 0}

Step7: ③OL= CL=

Step8: ④OL= CL=

Step9: OL の先頭が終端状態なのでゴールに到達と判定

（5） 均一コスト最良優先探索によって最適解を求めることができるが、必ずしも高速な探索方法ではない。一方、探索中の状態 s までの累積コスト $f(s)$ に、その状態からゴールまでのコストの予測値（ヒューリスティクス）$\hat{h}(s)$ を加えたゴールまでの仮の累積コスト $\hat{g}(s)$ を、最良優先探索のリストのソート時に用いることで、より高速な探索が実現できることが知られている。これを A*サーチと呼んでいる。(均一コスト最良優先探索は $\hat{h}(s) = 0$ と置いた A*サーチの特殊ケースと解釈できる。)

なお、A*サーチでは、最適解の探索を保証するために、ヒューリスティクス $\hat{h}(s)$ は以下の（式１）に示す条件を満たす必要がある。なぜこの条件が必要となるのか、理由を簡潔に説明せよ。なお、$h^*(s)$ は状態 s からゴールに至る真の累積最小コストを表す。

$$\hat{g}(s) = f(s) + \hat{h}(s), \quad \hat{h}(s) \le h^*(s) \qquad \text{---- (式 1)}$$

（問２）

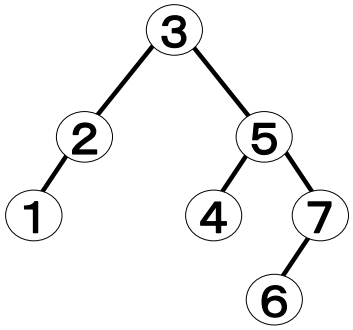
二分探索木に関して以下の問いに答えよ。

連結リストを発展させたデータ構造の一つに、二分探索木がある。二分探索木とは二分木を拡張したもので「任意の節xについて、左部分木に含まれる要素は節xよりも小さく、右部分木に含まれる要素は節xよりも大きい」という特徴を持つ。二分探索木は下記のアルゴリズムによって構築できる。

【アルゴリズム】

値が異なる n 個のデータを一つずつ処理して二分探索木を構築するアルゴリズム ① 最初のデータを根に配置する。 ② 次のデータを根のデータと比較し、根よりも小さければ左部分木、根よりも大きければ右部分木へ進む。 ③ 進んだ先が節か葉の場合、その節か葉のデータよりも小さければ左部分木、大きければ右部分木へ進む。進んだ先が節か葉の間、繰り返す。 ④ 進んだ先が節でも葉でもなければ、そこにデータを登録して②に戻る。 ⑤ n 個全てのデータを登録したら終了する。

例えば、3251476 という 7 データにこのアルゴリズムを適用すると、下記のような二分探索木が構築される。



（1） 6253714 という 7 つのデータに上記のアルゴリズムを適用して構築される二分探索木を図示せよ。

（2） 二分探索木は、連結リストによる二分探索を効率化するためのデータ構造と捉えることができる。上記のアルゴリズムに従って、発見したいデータを根から辿ると二分探索が実現できる。同じデータセットを表現する二分探索木は複数存在しうる。1〜7 の 7 つの整数値からなるデータセットを表現する二分探索木のうち、計算量が最小になるものと最大になるものをそれぞれ図示せよ。また、それぞれの計算量のオーダーを下記の選択肢から選んで回答せよ。

選択肢： $O(1)$　$O(\log n)$　$O(n)$　$O(n \log n)$　$O((\log n)^2)$

$O(n^2)$　$O(n^2 \log n)$　$O((n \log n)^2)$　$O(n^3)$

論理回路と計算機基礎

（問１）

以下の問いに答えよ。なお $(X)_n$ は n 進数の数 X を表すとする。

（1）　以下の数を 16 ビットで 2 進数の 1 の補数、および 2 の補数で表現せよ。

a）$(-32765)_{10}$　　b）$(-8190)_{10}$

（2）　以下の数を 10 進数で表現せよ。

a）$(0.D)_{16}$　　b）$(11002)_3$

（問２）

3 ビット全加算器（図１）と 3 ビットトランスファーゲート（図２）を利用して、図３の回路を構成した。

（1）　図３の回路の真理値表を作成せよ。真理値表には、(X1, X0)を 2 ビットの 2 進数と捉えた際の「(X1, X0)を 10 進数表記した値 X」と、(Y3, Y2, Y1, Y0)を 4 ビットの 2 進数と捉えた際の「(Y3, Y2, Y1, Y0)を 10 進数表記した値 Y」も併記せよ。

（2）　カルノーマップを用いて Y3, Y2, Y1, Y0 の論理を最適化せよ。

（3）　以下の a）～ f）は、図３の回路の動作の説明文である。空白（あ）～（か）にあてはまる適当な値を記せ。

a）　S0＝1 のとき、右側のトランスファーゲートの出力には X の（あ）倍の値が現れる。

b）　S1＝1 のとき、左側のトランスファーゲートの出力には X の（い）倍の値が現れる。

c）　(S1, S0)＝(0, 0)のとき、Y には X の（う）倍の値が出力される。

d）　(S1, S0)＝(0, 1)のとき、Y には X の（え）倍の値が出力される。

e）　(S1, S0)＝(1, 0)のとき、Y には X の（お）倍の値が出力される。

f）　(S1, S0)＝(1, 1)のとき、Y には X の（か）倍の値が出力される。

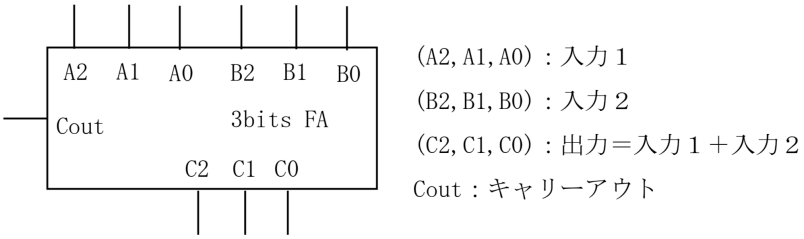


図１．３ビット全加算器

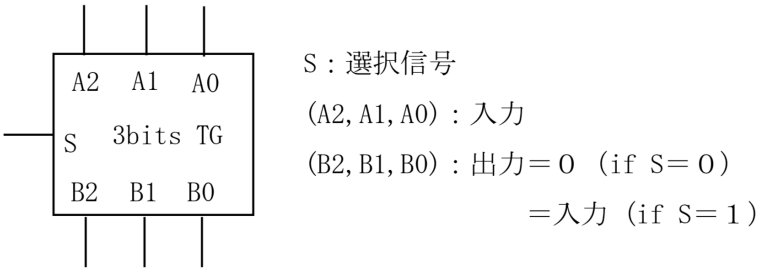


図２．３ビットトランスファーゲート

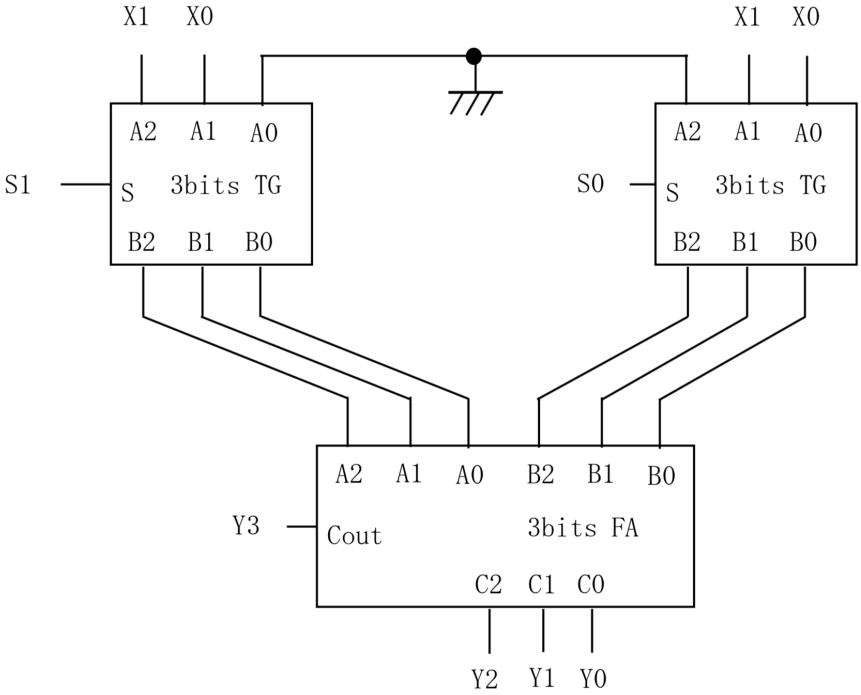


図３．回路